

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade  
Departamento de Administração  
Pós-Graduação

**VI SEMEAD – Seminários em Administração FEA-USP**

Área Temática: Finanças

Título: “Avaliação de Fundos de Investimento Utilizando o Intervalo de Confiança do Índice de Treynor”.

Autores: JOSÉ ROBERTO SECURATO – Professor Doutor em Administração de Empresas da Universidade de São Paulo na Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade.

**Endereço Postal:** Av. Prof. Luciano Gualberto, 908 – Sala G-116 – 1º andar  
CEP 05508-900 - São Paulo-SP

**Telefone:** (11) 3091-6077

**E-mail:** securato@usp.br

LEONEL MOLERO PEREIRA – Mestrando em Administração de Empresas da Universidade de São Paulo na Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade.

**Endereço Postal:** Rua Barroso Neto, 342, apto. 23 – CEP 05585010 - São Paulo-SP

**Telefone:** (11) 37266636

**E-mail:** leonel@usp.br

São Paulo  
31 de janeiro de 2003

# Avaliação de Fundos de Investimento Utilizando o Intervalo de Confiança do Índice de Treynor

## Resumo

Neste trabalho elaboramos o intervalo de confiança para o índice de Treynor aplicado a fundos mútuos de investimento em ações no Brasil. O índice de Treynor, como medida de performance dos retornos passados de fundos, apresenta certa deficiência nos casos em que fundos diferentes apresentam valores de índice muito próximos, dificultando a decisão do investidor no momento de escolha entre fundos. Este trabalho se propõe a apresentar o intervalo de confiança como critério de desempate, inclusive exemplificando e avaliando a viabilidade do uso do intervalo no mercado brasileiro de fundos.

## 1. Introdução

O índice de Treynor é uma medida conhecida para avaliação de performance de fundos, baseado na teoria do CAPM (Capital Asset Pricing Model), e corresponde a razão do prêmio médio histórico do fundo pelo seu beta.

Como o verdadeiro valor de beta é dificilmente conhecido, é apenas estimado, logo, o índice de Treynor será apenas uma estimativa pontual do seu valor real.

O objetivo desse trabalho é oferecer um intervalo de confiança para o índice de Treynor baseado na incerteza da estimativa pontual que o beta oferece para a seleção de fundos de investimento.

O intervalo de confiança fornece embasamento numérico para avaliar o nível de incerteza do comportamento dos fundos em relação ao comportamento do seu *benchmark*, ou em relação ao mercado.

Este trabalho é baseado no estudo de Morey e Morey (2000), que elaboraram o intervalo de confiança para o índice de Treynor. Inicia-se com uma breve revisão da literatura utilizada para o cálculo do intervalo de confiança e a definição do índice de Treynor, seguida da formulação do intervalo de confiança e de exemplo numérico aplicado ao caso brasileiro. Na quinta seção é demonstrado o uso do intervalo na escolha estratégica entre dois fundos com índices de Treynor similares.

Em seguida, há um embasamento empírico para os casos nos quais o intervalo de confiança é estatisticamente possível de ser calculado.

Finalmente, são feitas as considerações finais deste trabalho.

## 2. O Índice de Treynor

Este trabalho tem como base abordagem de Morey e Morey (2000), que define e formula a equação para o cálculo do intervalo de confiança para o índice de Treynor, o estudo desenvolvido por Morey e Morey é baseado no método de Roy e Potthoff (1958).

Antes dessa abordagem outras tentativas para a elaboração do intervalo de confiança para o índice de Treynor praticamente não existiram.

Jobson e Korkie (1981) conduziram testes de hipótese em certas transformações do índice de Treynor para diversos portfólios, mas o método de comparação não foi satisfatório de acordo com Morey e Morey (2000). Cadsby (1986) e Kryzanowsky e Sim (1990) desenvolveram abordagens similares a Jobson e Korkie (1981).

O índice de Treynor pode ser definido como o prêmio de risco obtido por unidade de risco sistêmico, medido em termos de beta. Que se mostra útil para a ordenação de fundos de investimento com perfis de risco diferentes.

Esta abordagem parte da proposta de Jensen (1968), que considera uma relação linear entre os retornos realizados do fundo e os retornos realizados pela carteira de mercado, sendo que o valor do prêmio de risco é obtido através da equação:

$$R_{p,t} - R_{f,t} = \alpha + \beta(R_{m,t} - R_{f,t}) + \mu_t \quad ; \quad (2.1)$$

Sendo:

$t$  = unidade de tempo,  $t = 1, 2, \dots, \theta$ .

$\mu_t$  = o valor do erro no momento  $t$ , com  $E[\mu_t] = 0$

$\alpha$  e  $\beta$  são os parâmetros da equação

Tomando por base a equação de Jensen (1968), a partir da regressão linear tem-se que:

$$R_p - R_f = a + b(R_m - R_f) \quad ; \quad (2.2)$$

onde  $a$  e  $b$  são os estimadores de  $\alpha$  e  $\beta$ .

Considerando o valor esperado do termo  $R_m - R_f$  :

$$E[R_p - R_f] = a + b(E[R_m] - R_f) \quad (2.3)$$

Como o índice de Treynor é definido por:

$$T = \frac{E[R_p - R_f]}{\beta} \quad (2.4)$$

Tem-se que o valor estimado do índice de Treynor deve ser:

$$\hat{T} = \frac{a + b(\bar{R}_m - R_f)}{b} = \frac{\bar{R}_p - R_f}{b} \quad ; b \neq 0 \quad (2.5)$$

Sendo  $(\bar{R}_m - R_f)$  o prêmio médio de mercado no intervalo de tempo observado.

Para simplicidade de notação, doravante  $(\bar{R}_p - R_f) = \bar{y}$ .

### 3. Elaborando o intervalo de confiança.

Seguindo a metodologia utilizada por Roy e Potthoff (1958), é definida uma nova variável aleatória:

$$w = \bar{y} - q.b \quad (3.1)$$

Sendo:

$q$  = parâmetro real do índice de Treynor, é uma constante desconhecida, definida por:

$$q = T = \frac{\bar{Y}}{\beta} \quad (3.2)$$

Sendo:

$\bar{Y}$  = parâmetro real do prêmio médio do fundo

$\beta$  = parâmetro real do coeficiente angular da regressão linear

De acordo com a abordagem de Morey e Morey (2000), considera-se  $S_w$  como desvio padrão amostral de  $w$  e  $\frac{w}{S_w}$  normalmente distribuído, com média igual a zero e desvio padrão igual a um,  $\frac{w}{S_w}$  será distribuído de acordo com a *com a distribuição t de Student*, com  $n - 1$  graus de liberdade, e nível de significância  $\gamma$ . Podemos, portanto, elaborar o seguinte intervalo:

$$\text{probabilidade} \left[ -t_{\frac{\gamma}{2}, n-1} \leq \frac{w}{S_w} \leq t_{\frac{\gamma}{2}, n-1} \right] = 1 - \gamma \quad (3.3)$$

$t_{\frac{\gamma}{2}, n-1}$  crítico, doravante denominado apenas  $t$ .

Considera-se que o desvio-padrão do coeficiente angular poderá ser:

$$S_b = \frac{S_e}{S_x} \quad (3.4)$$

Sendo:

$S_e$  = Erro-padrão da regressão linear

$S_x$  = Desvio-padrão do prêmio de risco de mercado

De acordo com o trabalho de Morey & Morey (2000), o intervalo de confiança para o índice de Treynor pode ser dado por:

$$\text{probabilidade} \left\{ \begin{array}{l} \frac{b\bar{y} - t \sqrt{\left(\frac{S_e}{S_x}\right)^2 \bar{y}^2 + \frac{S_y^2}{n} \left[ b^2 - t^2 \left(\frac{S_e}{S_x}\right)^2 \right]}}{b^2 - t^2 \left(\frac{S_e}{S_x}\right)^2} \leq q \leq \\ \frac{b\bar{y} + t \sqrt{\left(\frac{S_e}{S_x}\right)^2 \bar{y}^2 + \frac{S_y^2}{n} \left[ b^2 - t^2 \left(\frac{S_e}{S_x}\right)^2 \right]}}{b^2 - t^2 \left(\frac{S_e}{S_x}\right)^2} \end{array} \right\} = 1 - \frac{\gamma}{2} \quad (3.5)$$

Sendo:

$S_y$  = desvio-padrão do prêmio de risco do ativo

Considera-se  $q$  como parâmetro real para o índice de Treynor, sendo que possui valores reais em,  $R$  desde que  $b \neq 0$ .

O intervalo de confiança somente poderá ser usado desde que se rejeite a hipótese nula de beta igual a zero.

Deve-se, portanto, realizar o teste de hipótese:

$$\left| \frac{b}{S_b} \right| > t_{\frac{\gamma}{2}, n-1} \quad (3.6)$$

Poderão ocorrer casos em que a hipótese nula não seja rejeitada, então o uso do intervalo de confiança para o índice de Treynor não será permitido.

#### 4. Exemplo Numérico

Com o intuito de ilustrar os aspectos desta abordagem, foi elaborado o intervalo de confiança para o índice de Treynor do fundo Itaú-Matrix FIA.

Para esse exemplo foram utilizados os retornos do fundo Itaú-Matrix FIA<sup>1</sup> de fevereiro de 2000 a abril de 2002, totalizando uma amostra com 27 retornos mensais. Foi utilizado o IBOVESPA como representante da carteira teórica de mercado e os retornos mensais da caderneta de poupança como ativo livre de risco. Foi considerado um nível de confiança de 95% ( $\gamma = 0.05$ ), com  $n-1 = 26$  graus de liberdade. Abaixo estão os dados obtidos a partir da regressão linear dos retornos do fundo com relação ao IBOVESPA:

Prêmio médio do fundo =  $\bar{y} = 0,2618\%$  a.m.

<sup>1</sup> Fonte dos dados: Economática e ANBID.

AVALIAÇÃO DE FUNDOS DE INVESTIMENTO UTILIZANDO  
O INTERVALO DE CONFIANÇA DO ÍNDICE DE TREYNOR

Prêmio médio do mercado =  $\bar{x} = -1,1221\%$  a.m.

Beta estimado =  $b = 0,8522$

Desvio padrão do fundo =  $S_y = 7,9624\%$

Desvio padrão do mercado =  $S_x = 8,8383\%$

Erro padrão da regressão =  $S_e = 2,6826\%$

Variável  $t$  crítica =  $t_{0,025;26} = 2,379$

Tamanho da amostra =  $n = 27$

I. Primeiro deve-se realizar o teste de hipótese para o beta, para que este seja significativamente diferente de zero:

$$\frac{0,8522}{\frac{0,026826}{0,088383}} > 2,3790 \quad (4.1)$$

$$2,8077 > 2,3790 \quad (4.2)$$

Ou seja, rejeita-se a hipótese do beta ser estatisticamente igual a zero.

II. Depois se calcula a estimativa do índice de Treynor:

$$\hat{T} = \frac{0,002618}{0,8522} = 0,3072\% \quad (4.3)$$

III. Em seguida, sendo o beta significativamente diferente de zero, calcula-se o intervalo de confiança para o índice de Treynor, a partir da equação (4.5):

O centro do intervalo será dado por:

$$\frac{0,8522(0,002618)}{(0,8522)^2 - (2,379)^2 \left( \frac{0,026826}{0,088383} \right)^2} \quad (4.4)$$

$$= 1,089\% \quad (4.5)$$

E a largura do intervalo dada por:

$$\pm \frac{2,379 \sqrt{\left( \frac{0,026826}{0,088383} \right)^2 (0,002618)^2 + \frac{(0,079624)^2}{27} \left[ (0,8522)^2 - (2,379)^2 \left( \frac{0,026826}{0,088383} \right)^2 \right]}}{(0,8522)^2 - (2,379)^2 \left( \frac{0,026826}{0,088383} \right)^2} \quad (4.6)$$

$$= \pm 8,1071\% \quad (4.7)$$

Logo, o intervalo de confiança pode ser representado por:

$$1,089\% \pm 8,1071\% = (-7,0181\%; 9,1961\%) \quad (4.8)$$

ou:

$$p(-7,0181\% \leq T \leq 9,1961\%) = 97,5\% \quad (4.9)$$

Portanto, a largura do intervalo de confiança do índice de Treynor do fundo Itaú-Matrix FIA deverá ser 16,2142%.

### 5. Uso do intervalo de confiança em decisões estratégicas

Pode-se demonstrar a utilidade do intervalo de confiança do índice de Treynor no momento de tomar uma decisão de escolha entre dois fundos que possuam índices de Treynor muito similares. Foram calculados os prêmios de risco de dois fundos no período de fevereiro de 2000, a abril de 2002, totalizando uma amostra de 27 retornos mensais para cada fundo. O nível de confiança utilizado é de 95%.

Na Tabela (5.1) estão os valores dos intervalos de confiança:

Tabela (5.1)  
Comparação de dois fundos

Fundo	Beta	Retorno médio	Índice Treynor	Intervalo de Confiança		
				Limite superior	Limite inferior	Largura Intervalo
CCF Francial	0.88	-0.16%	-0.18%	16.00%	-22.92%	38.92%
ABN Amro Dinâmico	1.01	-0.18%	-0.18%	4.67%	-5.17%	9.84%

No momento de decisão de escolha entre dois fundos que possuam índice de Treynor muito similares deve-se levar em consideração a largura do intervalo de confiança, sendo que o fundo que possua o intervalo de confiança mais largo poderá ser o que possui maior grau de incerteza quanto ao seu comportamento em relação ao mercado.

Neste caso, o fundo preferido deveria ser ABN Amro Dinâmico, com largura do intervalo de 9.84%.

Segue outro exemplo na Tabela (5.2):

Tabela (5.2)  
Comparação de dois fundos

Fundo	Beta	Retorno médio	Índice Treynor	Intervalo de Confiança		
				Limite superior	Limite inferior	Largura Intervalo
BBM Ações	0.83	0.27%	0.33%	5.74%	-4.72%	10.46%
Itaú-Matrix FIA	0.85	0.26%	0.31%	9.19%	-7.01%	16.21%

Os fundos mostrados na Tabela (5.2) possuem índices de Treynor aproximados. Quando utilizado o intervalo de confiança como auxílio na decisão escolha, o fundo que deveria ser escolhido é o BBM Ações.

## 6. Verificação empírica dos casos onde o intervalo de confiança é aplicável

Nesta seção verifica-se a viabilidade do uso do intervalo de confiança no mercado de fundos brasileiro.

O intervalo de confiança para o índice de Treynor será aplicável apenas nos casos onde o teste de hipótese do beta seja significativamente diferente de zero.

Foi utilizada uma amostra de retornos de 185 fundos de renda variável domésticos no período de fevereiro de 2000 a abril de 2002, totalizando 27 retornos mensais para cada fundo, a níveis de confiança variando entre 95% e 70%.

Os fundos foram ordenados utilizando-se o índice de Treynor.

Porém, no momento da escolha, parte dos fundos ficam concentrados em valores de índices de Treynor similares. Na amostra estudada, o índice de Treynor médio foi de  $-0,8707\%$ , com desvio-padrão de  $0.5239\%$ .

Em alguns casos, o teste de hipótese do beta impossibilitou o cálculo do intervalo de confiança, como poderemos ver na Tabela (6.1):

Tabela (6.1)

Aplicabilidade do Intervalo de Confiança em 185 Fundos de Renda Variável

Nível de confiança	Casos onde o intervalo é aplicável		Casos onde o intervalo não é aplicável	
	quantidade	%	quantidade	%
95%	139	75,1%	46	24,9%
90%	146	78,9%	39	21,1%
80%	156	84,3%	29	15,7%
70%	166	89,7%	19	10,3%

Na medida que se reduz o nível de confiança, a possibilidade de elaborar o intervalo aumenta. Quanto maior o nível de incerteza, medida em termos de erro-padrão da regressão, menor a probabilidade do beta ser estatisticamente diferente de zero.

## 7. Considerações Finais

Neste trabalho foi apresentado o intervalo de confiança para o índice de Treynor, baseado na abordagem de Morey e Morey (2000) e utilizando o método proposto por Roy e Potthoff (1958). O intervalo de confiança foi utilizado como critério de desempate na escolha entre fundos de investimento que possuam índice de Treynor aproximados.

Para a existência do intervalo, é necessário realizar o teste de hipótese para o coeficiente angular da reta resultante da regressão linear. Conclui-se que em alguns casos a elaboração do intervalo não é possível.

Entretanto, realizando-se o *bootstrapping*, como proposto por Vinod (1993), é possível manipular as situações onde o intervalo não é possível de ser feito.

Pode-se inferir que, para a maioria dos fundos mútuos de investimento em ações, o uso do intervalo de confiança para o índice de Treynor é viável, pois se mostrou aplicável, com 5% de significância, em 75,1% dos 185 fundos verificados.

## Referências Bibliográficas

- Cadsby, C.B. (1986) 'Performance Hypothesis Testing with the Sharpe and Treynor Measures: A Comment' *Journal of Finance*, Vol. 41, No 5 (December), pp. 1175-76
- Jensen, M.C. (1968), 'The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964', *Journal of Finance*, Vol. 23, No 2 (May), pp. 389-416
- Jobson, J.D. And B.M. Korkie (1981), 'Performance Hypothesis Testing With the Sharpe and the Treynor Measures' *Journal of Finance*, Vol. 36, No 4 (September), pp. 889-908.
- Johnston, J. (1972) 'Econometric Methods', 2nd ed. (McGraw-Hill, New York).
- Krysanowski, L, and A.B. Sim (1990), Hypothesis Testing With The Sharpe and Treynor Portfolio Performance Measures Given Non-Synchronous Trading, *Economic Letters*, Vol. 32, No 4 (April), pp 345-52
- Morey M.R. and Morey R.C. (2000), 'An Analytical Confidence Interval for The Treynor Index: Formula, Conditions and Properties' *Journal of Business and Accounting* Vol. 27, No 1 e 2 (Jan - Mar) pp. 127-154
- Morey, R.C. and J.M. McCann (1983) 'Estimating the Confidence Interval for the Optimal Marketing Mix: An Application to Lead Generation', *Marketing Science*, Vol. 2, No 2, pp. 193-202
- Roy S. N. And Potthoff (1958), 'Confidence Bounds on Vector Analogues of the Ratio of Means and the Ratio of Variances for Two Correlated Normal Variates and Some Associated Tests', *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 29, pp 829-41
- Sharpe, W. F. (1985), 'Investments', 3rd ed. (Prentice Hall International).
- Treynor, J.L. (1965), 'How to Rate Management and Investment Funds', *Harvard Business Review*, Vol. 43 (Jan - Feb), pp. 63-75
- Vinod, H.D. (1993), 'Bootstrap Methods: Application in Econometrics', in G. Maddala, C. Rao and H. Vinod (eds.) 'Handbook of Statistics', Vol. 11, cap. 23. (Elsevier Science Publishers) B. V., pp. 629-61